

J-22**B.A. (Part-I) (Old Course)****Examination, 2021****MATHEMATICS****Paper - III****(Vector Analysis and Geometry)****Time Allowed : Three Hours****Maximum Marks : 50****Minimum Pass Marks : 17**

नोट : प्रत्येक इकाई से दो भाग करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Two parts from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I**Q. 1.** (a) सिद्ध कीजिए कि :

$$[lmn][abc] = \begin{bmatrix} l \cdot a & l \cdot b & l \cdot c \\ m \cdot a & m \cdot b & m \cdot c \\ n \cdot a & n \cdot b & n \cdot c \end{bmatrix}$$

J-22**P.T.O.****J-22****(2)**

Prove that :

$$[lmn][abc] = \begin{bmatrix} l \cdot a & l \cdot b & l \cdot c \\ m \cdot a & m \cdot b & m \cdot c \\ n \cdot a & n \cdot b & n \cdot c \end{bmatrix}$$

(b) यदि $f = (2x^2y - x^4)i + (e^{xy} - y \sin x)j + x^2$

cos y k तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

If $f = (2x^2y - x^4)i + (e^{xy} - y \sin x)j + x^2$

cos y k, then prove that :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

(c) यदि $\vec{r} = xi + yj + zk$, तब दर्शाइए कि :

$$\vec{\nabla} \left[\frac{f(r)\vec{r}}{r} \right] = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 f)$$

(3)

If $\vec{r} = xi + yj + zk$, then show that :

$$\vec{\nabla} \left[\frac{f(r)\vec{r}}{r} \right] = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 f)$$

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) गॉस की डाइवर्जेंस प्रमेय लिखिए और सिद्ध कीजिए।

State and prove Gauss's divergence theorem.

(b) यदि $r(t) = 5t^2i + tj - t^3k$, तब सिद्ध कीजिए :

$$\int_1^2 \left(r \times \frac{d^2r}{dt^2} \right) dt = -14i + 75j - 15k$$

If $r(t) = 5t^2i + tj - t^3k$, then prove that :

$$\int_1^2 \left(r \times \frac{d^2r}{dt^2} \right) dt = -14i + 75j - 15k$$

(c) सिद्ध कीजिए कि :

$$\iiint_V \frac{dV}{r^2} = \iint_S \frac{r \cdot n}{r^2} dS$$

J-22

P.T.O.

(4)

Prove that :

$$\iiint_V \frac{dV}{r^2} = \iint_S \frac{r \cdot n}{r^2} dS$$

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) वक्र $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$

का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve :

$$14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$$

(b) शांकव $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$

का अनुरेखण कीजिए।

Trace the conic $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y$

$$+ 1 = 0.$$

J-22

(5)

(c) शांकव का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the polar equation of a conic.

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो चार बिन्दुओं

(0, 0, 0), (a, 0, 0), (0, b, 0) तथा (0, 0, c) से

गुजरता है। इसकी केन्द्र और त्रिज्या भी ज्ञात कीजिए।

Find equation of the sphere passing through

the origin and the point (0, 0, 0), (a, 0, 0),

(0, b, 0) and (0, 0, c).

(b) उस शंकु का समीकरण ज्ञात करो जिसका शीर्ष

(5, 4, 3) तथा आधार $3x^2 + 3y^2 = 6$, $z + y = 0$

है।

J-22

P.T.O.

(6)

Find equation of the cone having vertex

(5, 4, 3) and guiding curve is $3x^2 + 3y^2 = 6$,

$z + y = 0$.

(c) वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 8z - 45 = 0$,

$x - 2y + 2z = 3$ से वृत्त का केन्द्र तथा त्रिज्या ज्ञात

कीजिए।

Find the centre and radius of the circle $x^2 + y^2 +$

$z^2 - 8x + 4y + 8z - 45 = 0$, $x - 2y + 2z = 3$.

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) अतिपरवलय $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ के बिन्दु (1, 2, -3)

से होकर जाने वाली अतिपरवलय की जनक रेखाओं का

समीकरण ज्ञात कीजिए।

J-22

(7)

Find equation of generators of hyperboloid

$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1 \text{ passing through the point}$$

(1, 2, -3).

(b) समीकरण $2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8zx - 10xy$

+ $6x + 12y - 6z + 5 = 0$ एक शंकु निरूपित करता

है।

Reduce the equation $2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz$

- $8zx - 10xy + 6x + 12y - 6z + 5 = 0$ to

standard.

(c) परवलयज $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z$ के बिन्दु (4, 3, 5) पर

अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

(8)

Find equation of normal to the paraboloid

$$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z \text{ at point (4, 3, 5).}$$



JN-22**B.A. (Part-I) (New Course)****Examination, 2021****MATHEMATICS****Paper - III****(Vector Analysis and Geometry)****Time Allowed : Three Hours****Maximum Marks : 50****Minimum Pass Marks : 17**

नोट : प्रत्येक इकाई से दो भाग करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Two parts from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I**Q. 1.** (a) सिद्ध कीजिए कि :

$$[lmn][abc] = \begin{bmatrix} l \cdot a & l \cdot b & l \cdot c \\ m \cdot a & m \cdot b & m \cdot c \\ n \cdot a & n \cdot b & n \cdot c \end{bmatrix}$$

JN-22**P.T.O.****JN-22****(2)**

Prove that :

$$[lmn][abc] = \begin{bmatrix} l \cdot a & l \cdot b & l \cdot c \\ m \cdot a & m \cdot b & m \cdot c \\ n \cdot a & n \cdot b & n \cdot c \end{bmatrix}$$

(b) यदि $f = (2x^2y - x^4)i + (e^{xy} - y \sin x)j + x^2$

cos y k तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

If $f = (2x^2y - x^4)i + (e^{xy} - y \sin x)j + x^2$

cos y k, then prove that :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

(c) यदि $\vec{r} = xi + yj + zk$, तब दर्शाइए कि :

$$\vec{\nabla} \left[\frac{f(r)\vec{r}}{r} \right] = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 f)$$

(3)

If $\vec{r} = xi + yj + zk$, then show that :

$$\vec{\nabla} \left[\frac{f(r)\vec{r}}{r} \right] = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 f)$$

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) गॉस की डाइवर्जेंस प्रमेय लिखिए और सिद्ध कीजिए।

State and prove Gauss's divergence theorem.

(b) यदि $r(t) = 5t^2i + tj - t^3k$, तब सिद्ध कीजिए :

$$\int_1^2 \left(r \times \frac{d^2r}{dt^2} \right) dt = -14i + 75j - 15k$$

If $r(t) = 5t^2i + tj - t^3k$, then prove that :

$$\int_1^2 \left(r \times \frac{d^2r}{dt^2} \right) dt = -14i + 75j - 15k$$

(c) सिद्ध कीजिए कि :

$$\iiint_V \frac{dV}{r^2} = \iint_S \frac{r \cdot n}{r^2} dS$$

JN-22

P.T.O.

(4)

Prove that :

$$\iiint_V \frac{dV}{r^2} = \iint_S \frac{r \cdot n}{r^2} dS$$

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) वक्र $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$

का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve :

$$14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$$

(b) शांकव $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$

का अनुरेखण कीजिए।

Trace the conic $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y$

$$+ 1 = 0.$$

JN-22

(5)

(c) शांकव का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the polar equation of a conic.

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो चार बिन्दुओं

(0, 0, 0), (a, 0, 0), (0, b, 0) तथा (0, 0, c) से

गुजरता है। इसकी केन्द्र और त्रिज्या भी ज्ञात कीजिए।

Find equation of the sphere passing through

the origin and the point (0, 0, 0), (a, 0, 0),

(0, b, 0) and (0, 0, c).

(b) उस शंकु का समीकरण ज्ञात करो जिसका शीर्ष

(5, 4, 3) तथा आधार $3x^2 + 3y^2 = 6$, $z + y = 0$

है।

JN-22

P.T.O.

(6)

Find equation of the cone having vertex

(5, 4, 3) and guiding curve is $3x^2 + 3y^2 = 6$,

$z + y = 0$.

(c) वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 8z - 45 = 0$,

$x - 2y + 2z = 3$ से वृत्त का केन्द्र तथा त्रिज्या ज्ञात

कीजिए।

Find the centre and radius of the circle $x^2 + y^2 +$

$z^2 - 8x + 4y + 8z - 45 = 0$, $x - 2y + 2z = 3$.

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) अतिपरवलय $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ के बिन्दु (1, 2, -3)

से होकर जाने वाली अतिपरवलय की जनक रेखाओं का

समीकरण ज्ञात कीजिए।

JN-22

(7)

Find equation of generators of hyperboloid

$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1 \text{ passing through the point}$$

(1, 2, -3).

(b) समीकरण $2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8zx - 10xy$

+ $6x + 12y - 6z + 5 = 0$ एक शंकु निरूपित करता

है।

Reduce the equation $2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz$

- $8zx - 10xy + 6x + 12y - 6z + 5 = 0$ to

standard.

(c) परवलयज $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z$ के बिन्दु (4, 3, 5) पर

अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

(8)

Find equation of normal to the paraboloid

$$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z \text{ at point (4, 3, 5).}$$

