

J-20**B.A. (Part-I) (Old Course)****Examination, 2021****MATHEMATICS****Paper - I****(Algebra and Trigonometry)****Time Allowed : Three Hours****Maximum Marks : 50****Minimum Pass Marks : 17**

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : All questions are compulsory. Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) केवल प्रारम्भिक संक्रियाओं के उपयोग से निम्नलिखित

आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

J-20**P.T.O.****J-20****(2)**

Find the inverse of the following matrix by elementary operations only :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) सिद्ध करें : किसी आव्यूह के भिन्न-भिन्न आइगेन मानों के संगत आइगेन सदिश रैखिकतः स्वतन्त्र होते हैं।

Prove that : The eigen vectors corresponding to distinct eigen values of matrix are linearly independent.

(c) कैले-हैमिल्टन प्रमेय को निम्नलिखित आव्यूह के लिए सत्यापित कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(3)

Verify Cayley-Hamilton theorem for the following matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) निम्नलिखित को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$x + 4y + 9z = 36$$

Solve the following by matrix method :

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$x + 4y + 9z = 36$$

(b) समीकरण $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = 0$ को रूपान्तरित कीजिए, जिसमें द्वितीय पद न हो।

J-20

P.T.O.

(4)

Transform the equation $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = 0$ into an equation lacking the second terms.

(c) कार्डन विधि से निम्नलिखित त्रिघात समीकरण को हल कीजिए :

$$35x^3 - 18x^2 + 1 = 0$$

Solve by Cardon's method the following cubic equation :

$$35x^3 - 18x^2 + 1 = 0$$

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) यदि प्रतिचित्रण $f : R \rightarrow R$ तथा $g : R \rightarrow R$ क्रमशः

$$f(x) = x^2 \quad \forall x \in R \quad \text{तथा} \quad g(x) = \sin x \quad \forall x \in R$$

से परिभाषित हों, तब दिखाइये कि :

$$g \circ f \neq f \circ g$$

J-20

(5)

If mapping $f : R \rightarrow R$ and $g : R \rightarrow R$ are defined by $f(x) = x^2 \forall x \in R$ and $g(x) = \sin x \forall x \in R$ respectively, then show that :

$$g \circ f \neq f \circ g$$

(b) यदि H, K एक समूह G के दो उपसमूह हैं, तब सिद्ध कीजिए कि HK, G का उपसमूह होगा यदि और केवल यदि $HK = KH$.

If H, K are two subgroups of group G , then prove that HK will be subgroup of G if and only if $HK = KH$.

(c) गुणात्मक समूह $G = \{1, -1, i, -i\}$ से तुल्याकारी नियमित क्रमचय समूह ज्ञात कीजिये।

Find the regular permutation group isomorphic to the multiplicative group $G = \{1, -1, i, -i\}$.

(6)

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) समाकारिता पर द्वितीय प्रमेय लिखिए व सिद्ध कीजिए।

State and prove the second theorem on homomorphism.

(b) सिद्ध कीजिए कि एक वलय R क्रम-विनिमयी होता है यदि और केवल यदि :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \forall a, b \in R$$

Prove that a ring R is commutative if and only if :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \forall a, b \in R$$

(c) क्षेत्र व उपक्षेत्र का उदाहरण सहित परिभाषा दीजिए।

Define field and subfield with example.

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) $\tan 4\theta$ को $\tan \theta$ की घातों में प्रसार कीजिए।

Expand $\tan 4\theta$ in powers of $\tan \theta$.

(7)

(b) यदि $u = \log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$, तब सिद्ध कीजिए :

$$\tan \frac{u}{2} = \tan \frac{\theta}{2}$$

If $u = \log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$, then prove that :

$$\tan \frac{u}{2} = \tan \frac{\theta}{2}$$

(c) सिद्ध कीजिए कि :

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \infty = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

Prove that :

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \infty = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$



JN-20

B.A. (Part-I) (New Course)

Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - I

(Algebra and Trigonometry)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : All questions are compulsory. Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) केवल प्रारम्भिक संक्रियाओं के उपयोग से निम्नलिखित

आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

JN-20

P.T.O.

JN-20

(2)

Find the inverse of the following matrix by elementary operations only :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) सिद्ध करें : किसी आव्यूह के भिन्न-भिन्न आइगेन मानों के संगत आइगेन सदिश रैखिकतः स्वतन्त्र होते हैं।

Prove that : The eigen vectors corresponding to distinct eigen values of matrix are linearly independent.

(c) कैले-हैमिल्टन प्रमेय को निम्नलिखित आव्यूह के लिए सत्यापित कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(3)

Verify Cayley-Hamilton theorem for the following matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) निम्नलिखित को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$x + 4y + 9z = 36$$

Solve the following by matrix method :

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$x + 4y + 9z = 36$$

(b) समीकरण $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = 0$ को रूपान्तरित कीजिए, जिसमें द्वितीय पद न हो।

JN-20

P.T.O.

(4)

Transform the equation $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = 0$ into an equation lacking the second terms.

(c) कार्डन विधि से निम्नलिखित त्रिघात समीकरण को हल कीजिए :

$$35x^3 - 18x^2 + 1 = 0$$

Solve by Cardon's method the following cubic equation :

$$35x^3 - 18x^2 + 1 = 0$$

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) यदि प्रतिचित्रण $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ तथा $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ क्रमशः

$$f(x) = x^2 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \text{तथा} \quad g(x) = \sin x \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

से परिभाषित हों, तब दिखाइये कि :

$$\text{gof} \neq \text{fog}$$

JN-20

(5)

If mapping $f : R \rightarrow R$ and $g : R \rightarrow R$ are defined by $f(x) = x^2 \forall x \in R$ and $g(x) = \sin x \forall x \in R$ respectively, then show that :

$$g \circ f \neq f \circ g$$

(b) यदि H, K एक समूह G के दो उपसमूह हैं, तब सिद्ध कीजिए कि HK, G का उपसमूह होगा यदि और केवल यदि $HK = KH$.

If H, K are two subgroups of group G , then prove that HK will be subgroup of G if and only if $HK = KH$.

(c) गुणात्मक समूह $G = \{1, -1, i, -i\}$ से तुल्याकारी नियमित क्रमचय समूह ज्ञात कीजिये।

Find the regular permutation group isomorphic to the multiplicative group $G = \{1, -1, i, -i\}$.

(6)

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) समाकारिता पर द्वितीय प्रमेय लिखिए व सिद्ध कीजिए।

State and prove the second theorem on homomorphism.

(b) सिद्ध कीजिए कि एक वलय R क्रम-विनिमयी होता है यदि और केवल यदि :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \forall a, b \in R$$

Prove that a ring R is commutative if and only if :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \forall a, b \in R$$

(c) क्षेत्र व उपक्षेत्र का उदाहरण सहित परिभाषा दीजिए।

Define field and subfield with example.

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) $\tan 4\theta$ को $\tan \theta$ की घातों में प्रसार कीजिए।

Expand $\tan 4\theta$ in powers of $\tan \theta$.

(7)

(b) यदि $u = \log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$, तब सिद्ध कीजिए :

$$\tan \frac{u}{2} = \tan \frac{\theta}{2}$$

If $u = \log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$, then prove that :

$$\tan \frac{u}{2} = \tan \frac{\theta}{2}$$

(c) सिद्ध कीजिए कि :

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \infty = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

Prove that :

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \infty = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

