

J-207

B.Sc. (Part-II) (Old Course)

Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - III

(Mechanics)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से दो भाग करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt all five questions. Two parts from each unit are compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) a मीटर दूरी पर स्थित दो खम्भों से एक टेलीफोन तार कसकर बांधा गया है जिसके मध्य में आनमन n है।

दिखाइये सिरों पर तनाव लगभग $W\left(\frac{a^2}{8n} + \frac{7n}{6}\right)$ होगा।

J-207

P.T.O.

(2)

A telegraph wire stretched between two pole at a distance a metre apart, sag n metre in the middle. Prove that the tension at the ends is approximately $W\left(\frac{a^2}{8n} + \frac{7n}{6}\right)$.

(b) दिखाइये कि किसी केटिनरी के किसी बिन्दु पर प्रति इकाई लम्बाई की संहति उस बिन्दु के वक्रता त्रिज्या की समानुपाती है।

Show that the mass per unit length at any point in a catenary of uniform strength varies as the corresponding radius of curvature.

(c) सामान्य कैटेनरी में सिद्ध कीजिए :

(i) $y^2 = c^2 + s^2$

(ii) $X = c \log (\sec \psi + \tan \psi)$

Prove that, for a common catenary :

(i) $y^2 = c^2 + s^2$

(ii) $X = c \log (\sec \psi + \tan \psi)$

J-207

(3)

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) किसी दिए गए बल निकाय के केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of central axis for a given system of forces.

(b) P परिमाण का एक बल X-अक्ष पर तथा nP परिमाण का एक अन्य बल बेलन $x^2 + y^2 = a^2$ के एक जनक रेखा पर क्रिया करता है। दिखाइये कि इस निकाय का केन्द्रीय अक्ष बेलन $n^2(nx - z)^2 + (1 + n^2)^2 y^2 = n^4 a^2$ पर पड़ेगा।

A force P acts along the axis of x and another force nP along a generator of the cylinder $x^2 + y^2 = a^2$, show that the central axis lies on the cylinder $n^2(nx - z)^2 + (1 + n^2)^2 y^2 = n^4 a^2$.

J-207

P.T.O.

(4)

(c) शून्य रेखाओं, शून्य विक्षेप बिंदुओं, शून्य आघूर्ण समतलों की परिभाषा लिखो तथा वह प्रतिबंध ज्ञात करो कि सरल रेखा $\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$ बलों के निकाय (X, Y, Z, L, M, N) के लिए एक शून्य रेखा हो सकती है।

Define Null lines, Null points, Null planes and find the condition that straight line $\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$ is a null line for the system of forces (X, Y, Z, L, M, N).

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) सिद्ध कीजिए कि सरल आवर्त गति से गतिमान किसी क्रय के लिए उसके महत्व विस्थापित स्थित से आयाम के आधी दूरी तक आने में लगा समय उसके आवर्तकाल का छठवाँ भाग है।

Show that the particle executing simple harmonic motion requires one-sixth of its period to move from the position of maximum displacement to one in which the displacement is half the amplitude.

J-207

(5)

(b) एक कण अचर वेग v से एक a त्रिज्या के वृत्त पर गतिमान है। दिखाइये कि उसके त्रिज्य एवं अनुप्रस्थ त्वरण क्रमशः $-\frac{v^2}{a}\cos\theta$ तथा $-\frac{v^2}{a}\sin\theta$ होंगे जबकि वृत्त का एक व्यास आदि रेखा तथा इसका एक सिरा ध्रुव है।

A point describes a circle of radius a with uniform speed v show that the radial and transverse acceleration are $-\frac{v^2}{a}\cos\theta$ and $-\frac{v^2}{a}\sin\theta$, if a diameter is taken as initial line and one end of this diameter as pole.

(c) सिद्ध कीजिए कि प्रक्षेप्य पथ एक परवलय होता है।
Prove that the path of a projectile is a parabola.

(6)

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) एक कण अचर वेग v से वृत्तज $S = 4a \sin \psi$ के गतिमान है। उसके किसी बिन्दु पर उसके त्वरण ज्ञात कीजिए।

A point describes a cycloid, $S = 4a \sin \psi$ with uniform speed v , find its acceleration at any point.

(b) यदि केन्द्रीय बल $\frac{\mu}{r^5}$ है और दोनों स्तब्धिकाओं पर वेग V_1 और V_2 है। तब सिद्ध कीजिए कि $V_1^2 + V_2^2 = \frac{2h^4}{\mu}$ जहाँ $VP = h$.

If the central force is $\frac{\mu}{r^5}$, prove that the velocities at the two apsidal distances satisfy the relation $V_1^2 + V_2^2 = \frac{2h^4}{\mu}$ where $VP = h$.

(7)

- (c) कोई भारी कण एक उर्ध्वाधर चिकने वक्र पर गमन करे तो उसके गति की विवेचना कीजिए।

Discuss the motion of a heavy particle moving on a smooth vertical curve.

इकाई-V / UNIT-V

- Q. 5. (a) यदि कोई कण वक्र $au = \tan h\left(\frac{\theta}{\sqrt{2}}\right)$ पर गतिमान है तब उस पर लगने वाला बल ज्ञात कीजिए।

Find the force to the pole when a particle describes the curve $au = \tan h\left(\frac{\theta}{\sqrt{2}}\right)$.

- (b) एक कण वृत्त $r = 2a \cos \theta$ पर इस प्रकार गतिमान है कि उसका मूलबिन्दु की ओर त्वरण सदैव शून्य है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -2 \cot \theta \cdot \dot{\theta}^2$

A particle move along a circle $r = 2a \cos \theta$ in such a way that its acceleration towards the origin is always zero, prove that :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -2 \cot \theta \cdot \dot{\theta}^2$$

(8)

- (c) यदि कोई कण उर्ध्वाधरतः गुरुत्व के अन्तर्गत एक अवरोधी माध्यम जिसका अवरोध वेग के वर्ग के अनुक्रमानुपाती है, में ऊपर की ओर फेंका जाता है, तो कण के गति की विवेचना कीजिए।

A particle is projected upwards under gravity in a resisting medium whose resistance varies as the square of velocity, find the motion.



JN-207

B.Sc. (Part-II) (New Course)

Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - III

(Mechanics)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : प्रत्येक इकाई से दो भाग करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न के अंक समान हैं।

Note : Two parts from each unit are compulsory. Each question carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) $x = 0$, $y = 0$ तथा $3x + 4y = 5$ समीकरणों से

निरूपित त्रिभुज की भुजाओं के अनुदिश क्रमशः बल p ,

JN-207

P.T.O.

(2)

$2p$, $3p$ क्रिया करते हैं। परिणामी बल का परिमाण तथा उसकी क्रिया रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Forces p , $2p$, $3p$ act along the sides of a triangle formed by the lines : $x = 0$, $y = 0$ and $3x + 4y = 5$. Find the magnitude of the resultant and the equation of its line of action.

(b) एक समांग डोरी, जिसकी लम्बाई l है, के सिरों को एक ही क्षैतिज धरातल में स्थित दो बिन्दुओं A तथा B से बांध कर लटका दिया जाता है। यदि A पर तनाव डोरी के निम्नतम बिन्दु पर तनाव का दोगुना हो तब दिखाइए कि विस्तृति :

$$AB = \frac{1}{\sqrt{3}} \log(2 + \sqrt{3})$$

JN-207

(3)

A uniform chain of length ℓ , is suspended from two points A, B in the same horizontal line. If the tension at A is twice that at the lowest point, show that the span AB is :

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \log(2 + \sqrt{3})$$

(c) h ऊँचाई तथा α अर्धशीर्ष कोण वाले एक ठोस शंकु को

इसके आधार को एक चिकनी उर्ध्वाधर दीवार से

टिकाकर तथा इसके शीर्ष को एक डोरी के एक सिरे

से बांधकर डोरी के दूसरे सिरे को दीवार में एक बिन्दु

से बांध दिया जाता है। सिद्ध कीजिए कि शंकु की

साम्य-अवस्था के लिए डोरी की महत्तम सम्भव लम्बाई

$$h\sqrt{1 + \frac{16}{9}\tan^2\alpha} \text{ होगी।}$$

(4)

A solid cone, of height h and semi vertical angle α , is placed with its base against a smooth vertical wall and is supported by a string attached to its vertex and to a point in the wall. Show that the greatest possible length of the string is $h\sqrt{1 + \frac{16}{9}\tan^2\alpha}$.

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) दो बराबर बल R एक घन पर जिसका केन्द्र स्थिर है और उसकी कोर $2a$ है, आसन्न फलकों के विकर्णों के अनुदिश क्रिया करते हैं जो नहीं मिलते हैं दर्शाइए कि घन को विराम में रखने वाले बलयुग्म का आघूर्ण बल की दिशाओं के अनुसार या तो $Ra\sqrt{3}$ या Ra है।

(5)

Two equal forces R act on a cube, whose centre is fixed and whose edge is $2a$, along diagonals of adjacent faces which do not meet. Show that the moment of the couple which will keep the cube at rest is either $Ra\sqrt{3}$ or Ra according to the direction of forces.

(b) भुजा a के एक घन के विपरीत फलकों के लम्बरूप दो

विकर्णों के अनुदिश बराबर बल क्रिया करते हैं। दर्शाइए

कि वे घन के केन्द्र से होकर जाने वाली एक रेखा के

(6)

अनुदिश क्रियाशील एक एकल बल और उसी रेखा को अक्ष

के रूप में रखने वाले एक बलयुग्म $\frac{1}{2}aR$ के तुल्य है।

Equal forces act along two perpendicular

diagonals of opposite faces of a cube of side

a . Show that they are equivalent to a single

force R acting along a line through the centre

of the cube and a couple $\frac{1}{2}aR$ which the

same line for axis.

(c) दर्शाइए कि, व्यापक रूप में दो बल निकाय संयुग्मी

रेखाओं का केवल एक ही जोड़ा उभयनिष्ठ रखते हैं।

(7)

Show that in general two systems of forces have only one pair of conjugate lines in common.

इकाई-III / UNIT-III

- Q. 3.** (a) सरल आवर्त गति करते हुए कण के लिए दर्शाओ कि महत्तम विस्थापन की स्थिति से उस स्थिति तक जब विस्थापन आयाम का आधा है गति करने में लिया गया समय आवर्तकाल का $1/6$ वाँ गुणा है।
- Show that the particle executing S.H.M. requires $1/6$ th of its period to move from the position of maximum displacement to one in which the displacement is half the amplitude.

JN-207

P.T.O.

(8)

- (b) प्राकृतिक लम्बाई a तथा प्रत्यास्थता मापांक λ की एक हल्की प्रत्यास्थ डोर एक सिरे से लटकाई जाती है और दूसरे सिरे पर भार mg का एक कण बैठा है। दर्शाओ कि एक अल्प उर्ध्वाधर दोलन पर आवर्तकाल $2\pi\sqrt{\frac{am}{\lambda}}$ है।

A light elastic string of natural length a and modulus of elasticity λ is suspended by one end, to the other end is tied a particle of weight mg . Show that the time of a small vertical oscillation is $2\pi\sqrt{\frac{am}{\lambda}}$.

JN-207

(9)

(c) यदि कोई मनुष्य एक पत्थर 80 मीटर की दूरी तक फेंक सके तो ज्ञात कीजिए कि पत्थर कितने समय तक हवा में रहा, तथा कितनी ऊँचाई तक उठा।

If a man can throw a stone 80 meters, how long is it in the air and to what height does it rise ?

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) एक कण, जिस पर कोई प्रतिरोध नहीं लगा है बहुत दूर से पृथ्वी के पृष्ठ पर गिर रहा है, दर्शाओ कि यह वेग $\sqrt{2ga}$ प्राप्त करेगा, जबकि a पृथ्वी की त्रिज्या है।

(10)

Show that an unresisted particle falling to the earth's surface from a great distance would acquire a velocity $\sqrt{2ga}$ where a is Earth's radius.

(b) सिद्ध कीजिए कि एक वक्र में एक समान चाल से गतिमान एक बिन्दु का त्वरण ρv^2 है।

Prove that the acceleration of a point moving in a curve with uniform speed is ρv^2 .

(c) माला का एक छोटा दाना एक चिकने वृत्ताकार तार के अनुमत एक बल जो परिधि पर स्थित बल के केन्द्र से दूरी के पाँचवीं घात के व्युत्क्रमानुपाती है, की क्रिया के

(11)

अन्तर्गत किसी भी वेग से प्रक्षेपित किया जाता है सिद्ध
करो कि तार पर दबाव अचर है।

A small bead is projected with any velocity
along a smooth circular wire under the action
of a force varying inversely as the fifth power
of the distance from a centre of force
situated on the circumference. Prove that the
pressure on the wire is constant.

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) यदि उर्ध्वाधर ऊपर की ओर, ऐसे माध्यम में जिसमें
प्रतिरोधी बल वेग के वर्ग के समानुपाती है प्रक्षेपित एक

(12)

पिण्ड का प्रक्षेप वेग U तथा अन्तिम वेग V हो तब सिद्ध
कीजिए कि इसे महत्तम ऊँचाई प्राप्त करने में लगा समय

$$\frac{V}{g} \tan^{-1} \left(\frac{U}{V} \right) \text{ होगा।}$$

A particle is projected upward in a medium
whose resistance is proportional to the
square of the velocity, the velocity of the
projection is U and the final velocity is V, then
prove that the time taken is attained the
greatest height is $\frac{V}{g} \tan^{-1} \left(\frac{U}{V} \right)$.

JN-207

P.T.O.

JN-207

(13)

(b) एक कण एक केन्द्रीय त्वरण P के अन्तर्गत एक माध्यम, जिसका अवरोध k (वेग)² है, में गति करता है। दर्शाइए

कि इसके पथ का समीकरण है :

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \frac{P}{h^2u^2} e^{2ks}$$

जहाँ s चाप की लम्बाई और बल के केन्द्र के सापेक्ष प्रारम्भिक संवेग का आघूर्ण (कोणीय संवेग) h हैं।

A particle moves with a central acceleration P in a medium of which the resistance is k (velocity)², show that the equation to its path is :

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \frac{P}{h^2u^2} e^{2ks}$$

(14)

where s is the length of the arc described and h is the initial moment of momentum about the centre of force.

(c) गिरती हुई वर्षा का बूँद की त्रिज्या, वाष्प के जमने के कारण एक समानरूप से बढ़ती है, यदि इसको एक क्षैतिज वेग दे दिया जाए तो दर्शाओ कि यह एक अतिपरवलय जिसका एक अनन्तस्पर्शी उर्ध्वाधर है बनाएगी।

A falling raindrop has its radius uniformly increased by access of moisture. If it have given to it a horizontal velocity, show that it

(15)

will then describe a hyperbola, one of whose

asymptotes is vertical.

