

J-70

B.A. (Part-II) (Old Course)

Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - II

(Differential Equation)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt any two parts from each unit. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) घात श्रेणी विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$$

J-70

P.T.O.

J-70

(2)

Solve by power series method :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$$

(b) सिद्ध कीजिए कि $P_n(-x) = (-1)^n P_n(x)$, जहाँ $P_n(x)$

लेजान्द्रे बहुपद है।

Prove that $P_n(-x) = (-1)^n P_n(x)$, where $P_n(x)$

is Legendre's polynomial.

(c) निम्नलिखित स्टर्म-ल्यूविल समस्या के सभी आइगेन

मानों एवं आइगेन फलनों को ज्ञात कीजिए :

$$y'' + \lambda y = 0$$

$$y(0) = 0, y(\ell) = 0$$

(3)

Find all the eigen values and eigen function

of the following Sturm-Liouville problem :

$$y'' + \lambda y = 0$$

$$y(0) = 0, y(\ell) = 0$$

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) सिद्ध करें : यदि $F(t)$ वर्ग A का एक फलन है, तब

$F(t)$ के लाप्लास रूपांतर का अस्तित्व सभी $p > a$ के

लिए होता है।

Prove that : if $F(t)$ is a function of class A ,

then Laplace transform of $F(t)$ exists for all

$p > a$.

J-70

P.T.O.

(4)

(b) $L^{-1} \left\{ \frac{(p+1)e^{-\pi p}}{p^2 + p + 1} \right\}$ ज्ञात कीजिए।

Find $L^{-1} \left\{ \frac{(p+1)e^{-\pi p}}{p^2 + p + 1} \right\}$.

(c) समाकल समीकरण $y(t) = t + 2 \int_0^t y(u) \cos(t-u) du$

को हल कीजिए।

Solve the integral equation :

$$y(t) = t + 2 \int_0^t y(u) \cos(t-u) du$$

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) हल कीजिए :

$$x^2 p + y^2 q = nxy$$

Solve :

$$x^2 p + y^2 q = nxy$$

J-70

(5)

(b) हल कीजिए :

$$z = px + qy + c\sqrt{1+p^2+q^2}$$

Solve :

$$z = px + qy + c\sqrt{1+p^2+q^2}$$

(c) चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$(p + q)(px + qy) = 1$$

Solve by Charpit's method :

$$(p + q)(px + qy) = 1$$

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) हल कीजिए :

$$yt - q = xy$$

Solve :

$$yt - q = xy$$

J-70

P.T.O.

(6)

(b) हल कीजिए :

$$(D^2 - DD' + D)z = 1$$

Solve :

$$(D^2 - DD' + D)z = 1$$

(c) मोन्जे विधि से हल कीजिए :

$$r = a^2t$$

Solve by Monge's method :

$$r = a^2t$$

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) फलनक $I[y(x)] = \int_0^4 [xy' - y'^2] dx$, $y(0) = 0$,

$y(4) = 3$ के चरममान के लिए परीक्षण कीजिए।

J-70

(7)

Test for the extremum the functional :

$$I[y(x)] = \int_0^4 [xy' - y'^2] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(4) = 3$$

- (b) स्थिर परिमाण और अधिकतम क्षेत्रफल का समतल चाप ज्ञात कीजिए।

Find the plane curve of fixed perimeter and maximum area.

- (c) वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ और सरल रेखा $x + y = 4$ के बीच की लघुत्तम (न्यूनतम) दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest (minimum) distance between the circle $x^2 + y^2 = 1$ and straight line $x + y = 4$.



JN-70

B.A. (Part-II) (New Course)

Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - II

(Differential Equation)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt any two parts from each unit. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) घात श्रेणी विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$$

JN-70

P.T.O.

JN-70

(2)

Solve by power series method :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$$

(b) सिद्ध कीजिए कि $P_n(-x) = (-1)^n P_n(x)$, जहाँ $P_n(x)$

लेजान्द्रे बहुपद है।

Prove that $P_n(-x) = (-1)^n P_n(x)$, where $P_n(x)$

is Legendre's polynomial.

(c) निम्नलिखित स्टर्म-ल्यूविल समस्या के सभी आइगेन

मानों एवं आइगेन फलनों को ज्ञात कीजिए :

$$y'' + \lambda y = 0$$

$$y(0) = 0, y(\ell) = 0$$

(3)

Find all the eigen values and eigen function

of the following Sturm-Liouville problem :

$$y'' + \lambda y = 0$$

$$y(0) = 0, y(\ell) = 0$$

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) सिद्ध करें : यदि $F(t)$ वर्ग A का एक फलन है, तब

$F(t)$ के लाप्लास रूपांतर का अस्तित्व सभी $p > a$ के

लिए होता है।

Prove that : if $F(t)$ is a function of class A ,

then Laplace transform of $F(t)$ exists for all

$p > a$.

(4)

(b) $L^{-1} \left\{ \frac{(p+1)e^{-\pi p}}{p^2 + p + 1} \right\}$ ज्ञात कीजिए।

Find $L^{-1} \left\{ \frac{(p+1)e^{-\pi p}}{p^2 + p + 1} \right\}$.

(c) समाकल समीकरण $y(t) = t + 2 \int_0^t y(u) \cos(t-u) du$

को हल कीजिए।

Solve the integral equation :

$$y(t) = t + 2 \int_0^t y(u) \cos(t-u) du$$

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) हल कीजिए :

$$x^2p + y^2q = nxy$$

Solve :

$$x^2p + y^2q = nxy$$

JN-70

P.T.O.

JN-70

(5)

(b) हल कीजिए :

$$z = px + qy + c\sqrt{1+p^2+q^2}$$

Solve :

$$z = px + qy + c\sqrt{1+p^2+q^2}$$

(c) चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$(p + q)(px + qy) = 1$$

Solve by Charpit's method :

$$(p + q)(px + qy) = 1$$

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) हल कीजिए :

$$yt - q = xy$$

Solve :

$$yt - q = xy$$

JN-70

P.T.O.

(6)

(b) हल कीजिए :

$$(D^2 - DD' + D)z = 1$$

Solve :

$$(D^2 - DD' + D)z = 1$$

(c) मोन्जे विधि से हल कीजिए :

$$r = a^2t$$

Solve by Monge's method :

$$r = a^2t$$

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) फलनक $I[y(x)] = \int_0^4 [xy' - y'^2] dx$, $y(0) = 0$,

$y(4) = 3$ के चरममान के लिए परीक्षण कीजिए।

JN-70

(7)

Test for the extremum the functional :

$$I[y(x)] = \int_0^4 [xy' - y'^2] dx, \quad y(0) = 0, \quad y(4) = 3$$

- (b) स्थिर परिमाण और अधिकतम क्षेत्रफल का समतल चाप ज्ञात कीजिए।

Find the plane curve of fixed perimeter and maximum area.

- (c) वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ और सरल रेखा $x + y = 4$ के बीच की लघुत्तम (न्यूनतम) दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest (minimum) distance between the circle $x^2 + y^2 = 1$ and straight line $x + y = 4$.

