

I-71

B.A. (Part-II) Examination, 2020 MATHEMATICS

Paper - III

(Mechanics)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई - I / Unit - I

Q. 1. (a) 3P, 7P तथा 5P बल क्रमशः एक त्रिभुज ABC की तीन भुजाओं AB, BC तथा CA के अनुदिश क्रिया करते हैं। जहाँ ABC एक समत्रिबाहु त्रिभुज है। इसके परिणामी का परिमाण, दिशा तथा इसके क्रिया रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

I-71

P.T.O.

I-71

(2)

Force equal to 3P, 7P and 5P act along the sides AB, BC and CA of a triangle, where ABC is an equilateral triangle. Find the magnitude, direction and line of action of the resultant.

(b) चार समांग छड़ों को सिरों पर मुक्त रूप से एक समानान्तर चतुर्भुज ABCD बनाया जाता है। इसे A बिन्दु से लटका दिया जाता है तथा एक अवितान्य डोरी AC से इसके आधार को बनाये रखा जाता है। सिद्ध कीजिए कि डोरी का तनाव सम्पूर्ण भार का आधा होता है।

Four uniform rods are freely jointed at their extremities and form a parallelogram ABCD, which is suspended by the join A and is kept in shape by a string AC. Prove that the tension of the string is equal to half of the whole weight.

(c) सामान्य कैटिनरी का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए। Find the cartesian equation of a common catenary.

(3)

इकाई - II / Unit - II

- Q. 2. (a) बल X, Y, Z क्रमशः $y = b$, $z = -c$; $z = c$, $x = -a$; $x = a$, $y = -b$ को अनुदिश क्रिया करते हैं। दर्शाइये कि वे एकल परिणामी रखेंगे यदि

$$\frac{a}{X} + \frac{b}{Y} + \frac{c}{Z} = 0$$

Forces X, Y, Z act along the three straight line $y = b$, $z = -c$; $z = c$, $x = -a$; $x = a$, $y = -b$ respectively. Show that they will have a single resultant of

$$\frac{a}{X} + \frac{b}{Y} + \frac{c}{Z} = 0$$

- (b) शून्य रेखाएँ तथा शून्य आघूर्ण समतल को परिभाषित कीजिए।

Define null lines null planes.

- (c) डायनमो $(X, Y, Z, L, M, N) = 0$ के लिये समतल $x + y + z = 0$ का शून्य विक्षेप बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Find the null point of the plane $x + y + z = 0$ for the dynamo $(X, Y, Z, L, M, N) = 0$

(4)

इकाई - III / Unit - III

- Q. 3. (a) एक सरल रेखा में सरल आवर्त गति करते हुए एक बिन्दु के वेग v_1 तथा v_2 हैं जबकि इसकी केन्द्र से दूरियाँ x_1 तथा x_2 हैं। दर्शाओ की गति का आवर्तकाल

$$2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$$

A point in a straight line with simple harmonic motion has velocities v_1 and v_2 when its distances from the centre are x_1 and x_2 , show that the period of motion is

$$2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$$

- (b) यदि किसी कण के त्रिज्य एवं अनुप्रस्थ वेग एक दूसरे के समानुपाती हों, तो दर्शाइये कि पथ एक समानकोणिक सर्पिल है।

If the radial and transverse velocities of particle is proportional to each other, show that the path is an equiangular spiral.

(5)

- (c) सिद्ध कीजिये कि दिये हुये क्षैतिज परास के लिये प्रक्षेपण की दो दिशायेँ होती हैं, इनमें से प्रत्येक दिशा महत्तम परास की दिशा से समान कोण बनाती है।

Prove that for a given velocity of projection, there are for a given horizontal range two directions of projections, which are equally inclined in the direction of maximum range.

इकाई - IV / Unit - IV

- Q. 4. (a) स्पर्शरेखीय वेग का समीकरण ज्ञात कीजिये।

Find equation of the tangential velocity.

- (b) यदि v_1 और v_2 ग्रह के रैखिक वेग हैं, जबकि यह सूर्य से क्रमशः निकटतम व दूरस्थ है सिद्ध कीजिए कि :

$$(1-e)v_1 = (1+e)v_2$$

If v_1 and v_2 are linear velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun, prove that

$$(1-e)v_1 = (1+e)v_2$$

(6)

- (c) एक कण चिकने वक्र $y = a \sin h(x/a)$ पर नीचे को खिसकता है, x -अक्ष क्षैतिज और y -अक्ष नीचे की ओर है, यह एक बिन्दु, जिस पर स्पर्शी क्षैतिज से α कोण पर अन्तरित है, से विराम से गति प्रारम्भ करता है। यह ऊर्ध्वाधर दूरी $a \sec \alpha$ गिर चुका होगा, दर्शाइये कि यह वक्र छोड़ देगा।

A particle slides down the smooth curve $y = a \sin h(x/a)$ the axis of x being horizontal and axis of y downwards starting from rest at the point where the tangent is inclined at an angle α to the horizon. Show that it will leave the curve when it has fallen through a vertical distance $a \sec \alpha$.

इकाई - V / Unit - V

- Q. 5. (a) यदि कोई कण ऊर्ध्वाधर गुरुत्व के अन्तर्गत एक अवरोधी माध्यम जिसका अवशेष वेग के वर्ग के अनुक्रमानुपाती

(7)

है, में ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है, तो कण के गति की विवेचना कीजिए।

If a particle is projected upwards under gravity in a resisting medium whose resistance varies as the square of the velocity. Discuss the motion of particle.

(b) यदि एक कण त्रिविम दिशा में गति करता है तब उसका त्वरण ज्ञात कीजिए।

It a particle moves in three dimensions, find its acceleration.

(c) गुरुत्वीय आकर्षण में m संहति का एक कण उर्ध्वाधरतः ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है, वायु का अवरोध वेग का (mk) गुणा है। यदि v सीमान्त वेग तथा λv प्रारम्भिक वेग है तो दर्शाइए कि कण द्वारा प्राप्त महत्तम

ऊँचाई $\frac{v^2}{g} [\lambda - \log(1 + \lambda)]$ है।

(8)

A particle of mass m is projected vertically under gravity, the resistance of the air being (mk) times the velocity. Show that the greatest height attained by the particle is $\frac{v^2}{g} [\lambda - \log(1 + \lambda)]$ where v is the terminal velocity of the particle and λv is the initial velocity.