Printed Pages – 7

I-70

B.A. (Part-II) Examination, 2020

MATHEMATICS

Paper - II

(Differential Equation)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt any two parts from each unit. All questions carry equal marks.

इकाई–I / UNIT-I

Q. 1. (a) समीकरण $(1-x)\frac{dy}{dx} = y$ को घात श्रेणी विधि से हल कीजिए।

Solve by power series method :

$$(1-x)\frac{dy}{dx} = y$$

(b) अवकल सूत्र $x^2 J_n''(x) = \left(n^2 - n - x^2\right) J_n(x) + xJ_{n+1}(x), n = 0,1,2,.....$ को स्थापित कीजिये।

Establish the differential relation :

$x^2 J_n''(x) = \left(n^2 - n - x^2\right) J_n(x) + xJ_{n+1}(x), n = n = 0,1,2,.....$

(c) $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 2$ को लीजेंडर बहुपद में व्यक्त कीजिये।

Express $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 2$ in terms of Legendre polynomials.

इकाई–II / UNIT-II

Q. 2. (a) $L\left\{\frac{e^{-at}-e^{-bt}}{t}\right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $L\left\{\frac{e^{-at}-e^{-bt}}{t}\right\}$.

(b) $L^{-1}\left\{\frac{3p+1}{(p-2)(p^2+1)}\right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $L^{-1}\left\{\frac{3p+1}{(p-2)(p^2+1)}\right\}$.

(c) हल कीजिए :

$(D^3 + 1)y = 1$, $t > 0$ यदि $y = Dy = D^2y = 0$ जब

$t = 0$

Solve :

$(D^3 + 1)y = 1$, $t > 0$ if $y = Dy = D^2y = 0$ when

$t = 0$

इकाई–III / UNIT-III

Q. 3. (a) यदि $z = f(x + ay) + \phi(x - ay)$, तब सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

If $z = f(x + ay) + \phi(x - ay)$, then prove that :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

(b) हल कीजिए :

$x^2p^2 + y^2q^2 = z^2$

Solve :

$x^2p^2 + y^2q^2 = z^2$

(c) चारपिट विधि से हल कीजिए :

$px + qy = pq$

Solve by Charpit's method :

$px + qy = pq$

इकाई–IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) हल कीजिए :

$$p + r + s = 1$$

Solve :

$$p + r + s = 1$$

(b) हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2$$

Solve :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2$$

(c) हल कीजिए :

$$x^2 r + 2xys + y^2 t = 0$$

Solve :

$$x^2 r + 2xys + y^2 t = 0$$

इकाई–V / UNIT-V

Q. 5. (a) यदि एक फलनक $I[y(x)] = \int_0^1 \sqrt{1+[y'(x)^2}\, dx$ वर्ग $C^1[0,1]$ पर परिभाषित है, तब सिद्ध कीजिए कि $I[1] = 1, I[x] = \sqrt{2}$ तथा $I[x^2] = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{4}\sin h^{-1} 2$.

If a functional I[y(x)] defined on the class $C^1[0,1]$ be given by $I[y(x)] = \int_0^1 \sqrt{1+[y'(x)^2}\, dx$ prove that $I[1] = 1, I[x] = \sqrt{2}$ and $I[x^2] = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{4}\sin h^{-1} 2$.

(b) परवलय $y = x^2$ तथा सरल रेखा $x - y = 5$ के मध्य लघुत्तम दूरी ज्ञात करो।

Find the shortest distance between the parabola $y = x^2$ and the straight line $x - y = 5$.

(c) फलनक $I[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} \frac{\left(1+y'^2\right)^{1/2}}{x} dx$ का चरम मान ज्ञात कीजिए।

Find the extremum of the functional :

$$I[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} \frac{\left(1+y'^2\right)^{1/2}}{x} dx$$