

I-21

B.A. (Part-I) Examination, 2020

MATHEMATICS

Paper - II

(Calculus)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : प्रत्येक इकाई से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt any two parts from each unit. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) $\epsilon - \delta$ विधि के प्रयोग से, सिद्ध कीजिए कि :

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x} = 0$$

I-21

P.T.O.

(2)

By using $\epsilon - \delta$ method, prove that :

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x} = 0$$

(b) कथन लिखकर, सिद्ध करें : "लैबनीज प्रमेय"।

State and prove : "Leibnitz's Theorem".

(c) सिद्ध कीजिए कि :

$$\log \cos hx = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} - \dots$$

Prove that :

$$\log \cos hx = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} - \dots$$

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) परवलय $y^2 = 4ax$ की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the parabola $y^2 = 4ax$.

I-21

(3)

(b) यदि $(-1, 2)$ वक्र $f(x) = ax^3 + bx^2$ का नति-परिवर्तन

बिन्दु है, तब दर्शाइये कि $a = 1, b = 3$.

If $(-1, 2)$ be the point of inflexion of curve

$f(x) = ax^3 + bx^2$, then show that $a = 1, b = 3$.

(c) वक्र $y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$.

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) $\int_0^\alpha \frac{d\theta}{\cos\alpha + \cos\theta}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int_0^\alpha \frac{d\theta}{\cos\alpha + \cos\theta}$.

I-21

P.T.O.

(4)

(b) सिद्ध कीजिए कि :

5

$$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan\theta) d\theta = \frac{\pi}{8} \log 2$$

Prove that :

$$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan\theta) d\theta = \frac{\pi}{8} \log 2$$

(c) हृदयाभ $r = a(1 + \cos\theta)$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area bounded by the cardioid $r = a$

$(1 + \cos\theta)$.

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) हल कीजिए :

$$\sec^2 y \frac{dy}{dx} + 2x \tan y = x^3$$

I-21

(5)

Solve :

$$\sec^2 y \frac{dy}{dx} + 2x \tan y = x^3$$

(b) हल कीजिए :

$$(px - y)(py + x) = h^2p$$

Solve :

$$(px - y)(py + x) = h^2p$$

(c) हल कीजिए :

$$(D^3 + 3D^2 + 3D + 1)y = x^2 \cdot e^{-x}$$

Solve :

$$(D^3 + 3D^2 + 3D + 1)y = x^2 \cdot e^{-x}$$

(6)

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) परतंत्र चर को परिवर्तित करते हुए हल कीजिए :

$$\frac{d}{dx} \left(\cos^2 x \frac{dy}{dx} \right) + y \cos^2 x = 0$$

Solve by changing dependent variable :

$$\frac{d}{dx} \left(\cos^2 x \frac{dy}{dx} \right) + y \cos^2 x = 0$$

(b) प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए :

$$(D^2 - 1)y = \frac{2}{1 + e^x}$$

Solve by method of variation of parameters :

$$(D^2 - 1)y = \frac{2}{1 + e^x}$$

(7)

(c) हल कीजिए :

$$t dx = (t - 2x) dt,$$

$$t dy = (tx + ty + 2x - t) dt$$

Solve :

$$t dx = (t - 2x) dt,$$

$$t dy = (tx + ty + 2x - t) dt$$

